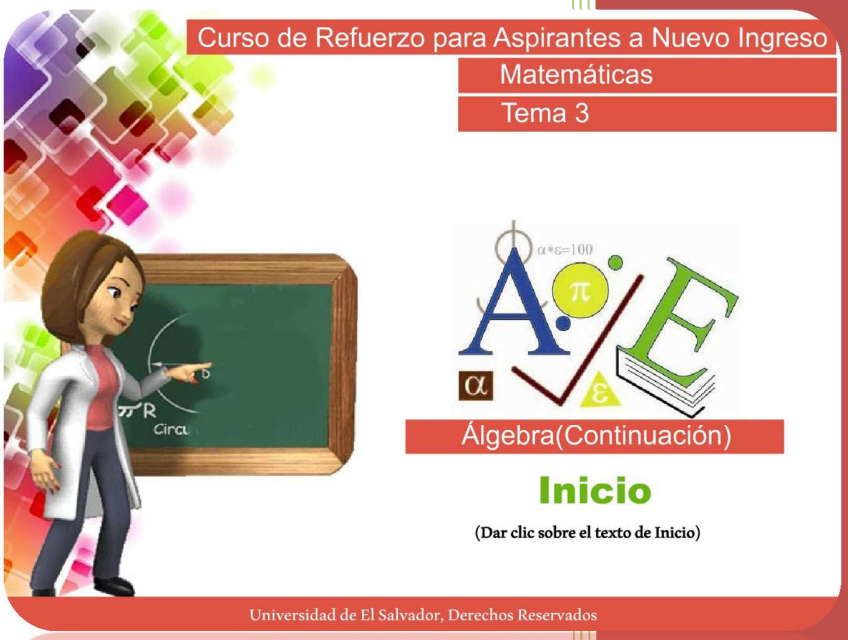
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Refuerzo para Aspirantes a Nuevo Ingreso

MATEMÁTICAS



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

INTRODUCCIÓN 1
UNIDAD 1 ALGEBRA (continuación) 2
EXPRESIONES ALGEBRAICAS 2
EXPRESIONES ALGEBRAICAS ESPECIALES 2
OPERACIONES CON POLINOMIOS 4

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

INTRODUCCIÓN

La matemática aplicada es una herramienta muy utilizada por los ingenieros en sus múltiples tareas que realizan diariamente. Por lo tanto en su formación se incluyen varios cursos de matemática.

De acuerdo a nuestra experiencia, los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad presentan ciertas debilidades en algunos temas de algebra, geometría y trigonometría, por lo que este curso pretende reforzar el aprendizaje en dichos temas, para que puedan cursar con éxito las materias del primer año de estudios en la universidad.

Como futuro profesional, en alguna rama de las ingenierías o arquitectura, usted deberá sentirse a gusto, feliz o satisfecho, estudiando tópicos de matemática, por lo que dos horas diarias serán insuficientes.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

UNIDAD 1 ALGEBRA (continuación)

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Supongamos que tenemos un conjunto formado por variables y números reales. Al resultado obtenido de aplicar ese conjunto un número finito de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones, junto con el proceso de extracción de raíces se le llama expresión algebraica. Ejemplos.

$a)\ 4x^3-2x \qquad b)\ \dfrac{3xy+2y}{2v^2-z} \qquad c)\ \dfrac{2x^{-2}+z^2}{3\sqrt{xy}}$

Al número real obtenido al sustituir en una expresión algebraica, las variables por números se le llama "valor número" de la expresión algebraica.

Por ejemplo el valor número de $\dfrac{2xy-2}{y-1}$, usando $x=2$ y $y-3$ es:

$$\frac{3(2)(-3)-2}{-3-1}=\frac{-18-2}{-3-1}=\frac{-20}{-4}=5$$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS ESPECIALES

– MONOMIO. Es una expresión algebraica que puede escribirse como el producto de un número real y potencias enteras no negativas de las variables. Ejemplos

$a)\ 5x^3$

$b)\ -4xy^5$

$c)\ \sqrt{3}x^4y^3z$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

– BINOMIO. Es la suma de dos monomios

Ejemplos

a) $4x-3y$

b) $-3x^2y^3+5xy^2$

– POLINOMIO. Es cualquier suma de monomios

Ejemplos

a) x^2+2x-6

b) $x^4-2x^3+x^2-x+5$

GRADO

El grado de un polinomio con respecto a una variable es el mayor exponente con el que esa variable aparece.

Ejemplo. El grado de:

a) x^3-2x^2+3x-5 es 3

b) $x^4y+2x^3y^2z-3x^2y^3z^2+6xy^4z^3+y^5z^6$

es 4 con respecto a x

es 5 con respecto a y

es 6 con respecto a z

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

COEFICIENTE

Cualquier factor en el producto se llama el coeficiente del producto de los factores restantes. Por ejemplo, en el producto $16at^2$, 16 es el coeficiente de at^2; a es el coeficiente de $16t^2$; t^2 es el coeficiente de $16a$.

- COEFICIENTE NÚMERICO. Es el factor número del producto. Por ejemplo el coeficiente número de $16at^2$ es 16, y el coeficiente número de x^2y es 1.

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Los axiomas de campo de los números reales, las propiedades de la igualdad y las leyes del algebra (deducidas) se utilizan para operar con expresiones algebraicas. La diferencia principal es que los simbolos $a,b,c,...$,etc que representaban números reales se reemplazan ahora, por expresiones algebraicas. Ejemplos

1) Calcule la suma de los polinomios siguientes:

$a)$ $2x^2+x-10,\ 2x^2+6,\ 6x-2$

$b)$ $7x+3y^3-4xy,\ 3x-2y^3+7xy,\ 2xy-5x-6y3$

Solución:

$a)$ $\left(2x^2+x-10\right)+\left(2x^2+6\right)+\left(6x-2\right)=$

$\left(2x^2+2x^2\right)+\left(x+6x\right)+\left(-10+6-2\right)=$

(Ley asociativa)

$\left(2+2\right)x^2+\left(1+6\right)x+\left(-6\right)=$

(Ley distributiva)

$4x^2+7x-6$

(Simplificando)

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

b) $(7x+3y^3-4xy)+(3x-2y^3+7xy)+(2xy-5x-6y^3)=$

$(7x+3x-5x)+(3y^3-2y^3-6y^3)+(-4xy+7xy+2xy)=$
(Ley asociativa)

$(7+3-5)x+(3-2-6)y^3+(-4+7+2)xy=$
(Ley distributiva)

$(5)x+(-5)y^3+(5)xy=$

$5x-5y^3+5xy$
(Simplificando)

2) Reste $6y-2$ de $4y^2$+y-8

Solución:

$(4y^2+y-8)-(6y-2)=4y^2+y-8-6y+2$
(Ley distributiva)

$=4y^2+(y-6y)+(-8+2)$
(Ley asociativa)

$=4y^2-5y-6$

3) Reste $3x^{-2}-2xy+5y^2$ de $8x^2-2xy-y^2$

Solución:

$8x^2-2xy-y^2-(3x^{-2}-2xy+5y^2)=8x^2-2xy-y^2-3x^{-2}+2xy-5y^2$

$=5x^2-6y^2$

4) Multiplique $3xy-4x^3+2xy^2$ por $5x^2y^4$

Solución:

$(3xy-4x^3+2xy^2)(5x^2y^4)=(3xy)(5x^2y^4)+(-4x^3)(5x^2y^4)$

$+(2xy^2)(5x^2y^4)$
(Ley distributiva)

$=15x^3y^5-20x^5y^4+10x^3y^6$
(Ley de los exponentes y ley del producto)

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

5) Multiplique $10x-2x^3+x^4-1$ por x^2+2+6x^3

Solución:

$$\begin{aligned}\left(x^4-2x^3+10x-1\right)\left(6x^3+x^2+2\right)&=\left(x^4-2x^3+10x-1\right)\left(6x^3\right)+\\&=\left(x^4-2x^3+10x-1\right)\left(x^2\right)+\\&=\left(x^4-2x^3+10x-1\right)(2)\\&=\left(6x^7-12x^6+60x^4-6x^3\right)+\\&=\left(x^6-2x^5+10x^3-x^2\right)+\\&=\left(2x^4-4x^3+20x-2\right)\\&=6x^7-11x^6-2x^5+62x^4-x^2+20x-2\end{aligned}$$

Para la división consideraremos dos casos:

CASO 1. DIVISIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO

"Se divide cada término del polinomio por el monomio y se suman los resultados"

Ejemplo. Divida $12x^3y^4+18x^4y^2-6x^2y^3$ entre $6x^2y^2$

Solución

$$\left(12x^3y^4+18x^4y^2-6x^2y^3\right)\div 6x^2y^2=$$

$$\left(12x^3y^4+18x^4y^2-6x^2y^3\right)\div\left(\frac{1}{6x^2y^2}\right)=$$

$$\frac{12x^3y^4}{6x^2y^2}+\frac{18x^4y^2}{6x^2y^2}-\frac{6x^2y^3}{6x^2y^2}=$$

$$2xy^2+3x^2-y$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CASO 2. DIVISIÓN DE UN POLINOMIO POR OTRO POLINOMIO

Para dividir polinomios aplique el siguiente procedimiento:

1) Tanto el dividendo como el divisor se ordenan en forma descendente (o ascendente) las potencias de alguna letra
2) Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor (esto da el primer término del cociente)
3) Se multiplica el divisor por el primer término del cociente y el producto obtenido se sustrae del dividendo.
4) El residuo en el paso anterior se considera como un nuevo dividendo y se repite el proceso para obtener el segundo término del cociente. El proceso se continúa hasta que el residuo sea de grado inferior al grado del divisor.

Ejemplo

1) Divida 7 entre 3

Solución

$$\begin{array}{r} 7 \\ \underline{-6} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 3 \\ \hline 2 \end{array}$$, entonces $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

2) Divida $3x^2 + 8x + 9$ entre $(x+2)$

Solución

$$\begin{array}{r} 3x^2+8x+9 \\ \underline{-3x^2-6x} \\ 2x+9 \\ \underline{-2x-4} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{|l} x+2 \\ \hline 3x+2 \end{array}$$

entonces $\frac{3x^2+8x+9}{x+2} = 3x+2+\frac{5}{x+2}$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

3) Divida $8x-13x^2+6x^3-12$ entre $2x-3$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 6x^3-13x^2+8x-12 & 2x-3 \\ \cline{2-2} -6x^3+9x^2 & 3x^2+2x+1 \\ \cline{1-1} \quad -4x^2+8x-12 & \\ \quad 4x^2-6x & \\ \cline{1-1} \quad\quad 2x-12 & \\ \quad\quad -2x+3 & \\ \cline{1-1} \quad\quad -9 & \end{array}$$

entonces $\dfrac{8x-13x^2+6x^3-12}{2x+3}=3x^2+2x+1+\dfrac{-9}{2x-3}$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

Ejercicios

Expresiones Algebraicas

1. Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

$x^3 - 5x + \frac{6}{\sqrt{x}}$	Cuando x=4	R/47
$\frac{2xy}{\sqrt[3]{y-1}} + (\frac{3}{x^2})$	Cuando x=1 y y=9	R/$\frac{21}{2}$
$(2u+v)^2$	Cuando u=2 y v=5	R/81

2. Complete la siguiente tabla indicando si la expresión algebraica es un monomio, binomio, trinomio o un polinomio; indique el número de términos y el grado.

Expresión Algebraicas	Tipo	Términos	Grado	Respuesta
$2^x - 5x + 6$				Trinomio,5,2
$x^6 + 3x^2$				Binomio,2,6
$\frac{1}{3}\ x^9$				Monomio,1,9
-5				Monomio,1,0
2x-$3^{x^2} + x^3$-$2x^4$				Polinomio,4,4
$\sqrt{5}$ x-$\sqrt{6}$				Binomio,2,1

Operaciones con Expresiones Algebraicas.

3. (12x-7) –(5x-12) R/ 7X+5
4. $(3x^2 + x+1) + (2x^2 - 3x - 5)$ R/ $5x^2$-2x-4
5. $(x^3 + 6x^2 - 4x + 7) - (3x^2 + 2x - 4)$ R/ x^3-$3x^2$-6x+11
6. 8(2x+5)-7(x-9) R/ 9x+103
7. 2(2-5t) + $t^2(t-1) - (t^4 - 1)$ R/ $-t^4 + t^3 - t^2 - 10t + 5$
8. $(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) + (x^3 + 5x^2 - 7x)$ R/ $2x^3 - x^2 - 5x + 4$
9. (2x+1)(3x-5) R/ $6x^2 - 7x - 5$
10. (2x+3)$(x^2 - 5x + 4)$ R/ $2x^3 - 7x^2 - 7x + 12$
11. $(x^2 + 5x - 4)(2x^3 + 3x - 1)$ R/$2x^5 + 10x^4 - 5x^3 + 14x^2 - 17x + 4$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

19. $3x^2+5x-4$ entre $x+3$ R/ $3x-4+\frac{8}{x+3}$

20. $2x^3-3x^2-2x$ entre $2x-3$ R/ $x^2-1-\frac{3}{2x-3}$

21. x^4-x^3+4x+2 entre x^2+3 R/ $x^2-x-3+\frac{7x+11}{x^2+3}$

Productos y cocientes notables

Resolver, por simple inspección

22. $\left(2x-\sqrt{y}\right)\left(2x+\sqrt{y}\right)$ $R/\ 4x^2-y$

23. $(x+y-1)(x+y+1)$ $R/\ x^2+2xy+y^2-1$

24. $(3x+4)^2$ $R/\ 9x^2+24x+16$

25. $(2u+v)^2$ $R/\ 4u^2+4uv+v^2$

26. $(2x+3y)^2$ $R/\ 4x^2+12xy+9y^2$

27. $(x+5)(x-5)$ $R/\ x^2-25$

28. $(3x+4)(3x+4)$ $R/\ 9x^2-16$

29. $\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$ $R/\ x-4$

30. $\frac{x^5-y^5}{x-y}$ $R/\ x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$

31. $\frac{x^4+y^4}{x+y}$ $R/\ x^3-x^2y+xy^2-y^3$

32. $\frac{x^3+y^3}{x+y}$ $R/\ x^2-xy+y^2$

33. $\frac{27x^3+343m^3}{3x+7m}$ $R/\ 9x^2-21mx+49m^2$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

34. $\frac{125m^3+512n^6}{5m+8n^2}$ R/ $25m^2-40mn^2+64n^4$

35. $\frac{64s^3-27k^3}{4s-3k}$ R/ $16s^2+12sk+3k^2$

36. $\frac{(x+y)^3-(12x^2)^3}{(x+y)-12x^2}$ R/ $(x+y)^2+(x+y)12x^2+(12x^2)^2$

37. $\frac{128x^7-m^7}{2x-m}$ R/ $64x^6+32x^5m+16x^4m^2+8x^3m^3+4x^2m^4+2xm^5+m^6$

38. $\frac{x^7+y^7}{x+y}$ R/ $x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6$

39. $\frac{x^8-y^8}{x+y}$ R/ $x^7-x^6y+x^5y^2-x^4y^3+x^3y^4-x^2y^5+xy^6-y^7$

Teorema del Binomio

Desarrollar los siguientes binomios

40. $(a+4)^4$ R/ $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

41. $(3x+2y)^4$ R/ $81x^4+216x^3y+216x^2y^2+96xy^3+16y^4$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados